Exemple de rendu d'une fiche

Mathématiques appliquées · mis à jour le 2026-11-08

Cette page montre comment les encadrés et les formules des sources Markdown apparaissent sur le site et dans le PDF. Elle n'a aucune valeur de cours.

Ce que demande le programme

Suites réelles : suites arithmético-géométriques, suites définies par récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$, suites implicites, théorème de la limite monotone, suites adjacentes.

Suite adjacente

Deux suites (a_n) et (b_n) sont adjacentes si (a_n) croît, (b_n) décroît et $b_n - a_n \to 0$.

Limite monotone

Toute suite croissante majorée converge. Toute suite croissante non majorée tend vers $+\infty$.

Suite implicite en trois pas

1. Existence et unicité de x_n par le théorème des valeurs intermédiaires et la stricte monotonie.
2. Monotonie de (x_n) par comparaison de f_n et f_{n+1} en x_n.
3. Limite par encadrement, puis équivalent par un développement.

Gendarmes

Pour $x \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}^*$: $nx - 1 < \lfloor nx \rfloor \leq nx$, donc $\dfrac{\lfloor nx \rfloor}{n} \to x$.

Piège

Les équivalents ne s'ajoutent pas : $u_n \sim v_n$ et $a_n \sim b_n$ ne donnent pas $u_n + a_n \sim v_n + b_n$.

Réflexe copie

« La suite (u_n) est croissante et majorée par 1, donc elle converge d'après le théorème de la limite monotone. »

Cesàro

Si $u_n \to \ell$ alors $\dfrac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} u_k \to \ell$ [HP-admis]. Les sujets le donnent ou le font redémontrer ; ne jamais l'invoquer par son nom.

Python

```python
import numpy as np

def suite(n, u0=1.0):
    """Les n premiers termes de u_{k+1} = sqrt(2 + u_k)."""
    u = np.zeros(n)
    u[0] = u0
    for k in range(n - 1):
        u[k + 1] = np.sqrt(2 + u[k])
    return u
```

Où ça tombe

Suites implicites : EDHEC 2019 exercice 2, oral HEC 2024 sujet 3. Suites adjacentes : emlyon 2023 exercice 1.

Plus loin

Point fixe contractant : si $|f'| \leq k < 1$ sur un intervalle stable, la suite converge géométriquement vers l'unique point fixe. Au programme appro, à redémontrer en appli.

Formule en display :

$$\mathrm{E}(X) = \sum_{k=0}^{+\infty} \mathrm{P}([X > k]) \quad \text{pour } X \text{ à valeurs dans } \mathbb{N}.$$